

**TD. N°4. Thermodynamique. Filière SMA. S1**  
**(Machines thermiques et potentiels thermodynamiques)**

**Machines thermiques**

**Exercice I : Moteur thermique . Machine frigorifique.**

On considère une machine thermique diatherme dont la source chaude est à une température  $T_1$  et dont la source froide est à une température  $T_2$ . Le fluide de cette machine échange la chaleur  $Q_1$  avec la source chaude, la chaleur  $Q_2$  avec la source froide et effectue un travail. Le fluide est assimilé à un gaz parfait. Au départ, le fluide dans l'état A subit les transformations suivantes : une compression isotherme AB à  $T_2$ , une compression isentropique BC, une détente isotherme CD à  $T_1$  et enfin une détente isentropique DA.

1) Représenter ce cycle dans un diagramme de Clapeyron. Indiquer le sens dans lequel il est décrit ainsi que le signe de son travail.

2) Montrer que :  $\frac{V_A}{V_B} = \frac{V_D}{V_C}$ .

3) Déterminer les expressions des chaleurs  $Q_1$  et  $Q_2$  échangées par le fluide. En déduire l'égalité de Clausius :

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

Donner une interprétation simple à cette égalité.

4) Cette machine est utilisée comme machine frigorifique. Représenter schématiquement cette machine en indiquant les sens des échanges de chaleur et de travail ainsi que les signes des chaleurs et du travail échangés.

5) Calculer l'efficacité de cette machine pour  $\theta_1 = 25^\circ\text{C}$  et  $\theta_2 = -15^\circ\text{C}$ .

6) Calculer la chaleur empruntée à la source froide si la machine a consommé un travail égal à 12 kJ.

**Exercice 2 : Moteur à combustion interne.**

Le cycle d'un moteur à combustion interne peut être réduit à un cycle réversible décrit par une masse d'air constante. La masse du carburant injecté dans le moteur et celle des gaz produits par la combustion sont supposées négligeables devant la masse d'air. L'air est assimilé à un gaz parfait. Ce cycle est composé des transformations suivantes :

**AB** : Compression adiabatique qui amène l'air de l'état  $(V_1, T_1)$  à l'état  $(V_2 = \frac{V_1}{a}, T_2)$ . Le rapport  $a = \frac{V_1}{V_2}$  est appelé « le taux de compression ».

**BC** : échauffement à volume constant jusqu'à la température  $T_3$ . Cet échauffement résulte de la combustion interne rapide d'une petite masse de carburant injectée à la fin de compression précédente. Au cours de cet échauffement, l'air reçoit une quantité de chaleur  $Q_1$ .

**CD** : Détente adiabatique jusqu'à l'état  $(V_1, T_4)$ .

**DA** : Refroidissement à volume constant au cours duquel le gaz cède la quantité de chaleur  $Q_2$  et retourne à l'état initial.

1) Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron.

2) Exprimer les rapports  $\frac{T_2}{T_1}$  et  $\frac{T_3}{T_4}$  ainsi que le rendement  $\eta$  en fonction de  $a$  et de  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ .

Les chaleurs spécifiques molaires ou massiques sont indépendantes de la température.

3) Calculer  $P_2, P_3, T_3, P_4$  et  $T_4$  ainsi que le rendement  $\eta$ .

On donne : Température initiale :  $18^\circ\text{C}$ , pression initiale : 1 atm.  $a = 5$ ,  $c_v = 0,2 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$ ;  $\gamma = 1,5$ .

Le pouvoir calorifique du mélange est de 300 cal/g d'air.

Définition : **Le pouvoir calorifique du mélange est l'énergie dégagée sous forme de chaleur par la combustion interne du carburant dans l'air.**

### Exercice 3 : Pompe à chaleur.

Pour maintenir en hiver la température d'un local à  $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$  pour une température extérieure égale à  $\theta_2 = -5^\circ\text{C}$ , on utilise l'énergie thermique  $Q$  libérée par la combustion dans l'air d'un combustible liquide.

1) On utilise la chaleur libérée par la combustion pour faire fonctionner une pompe à chaleur réversible entre le local et l'extérieur. Calculer le coefficient de performance ou efficacité de cette pompe à chaleur, ainsi que le travail consommé par le moteur de cette pompe sachant que la chaleur reçue par le local est de 164 kJ.

2) Un conseiller propose un dispositif qu'il déclare plus avantageux. L'énergie thermique  $Q$  est utilisée pour la vaporisation de l'eau d'une chaudière auxiliaire à la température  $\theta_3 = 210^\circ\text{C}$  qui sert de source chaude à un moteur ditherme réversible dont la source froide est le local. Le moteur reçoit une chaleur égale à  $Q$ . Le travail fourni par ce moteur est utilisé pour faire fonctionner la pompe à chaleur. Déterminer le rapport  $Q_{\text{local}}/Q$  où  $Q_{\text{local}}$  est la chaleur reçue par le local.

3) Un autre conseiller propose un autre dispositif qu'il déclare également plus avantageux. L'énergie thermique  $Q$  est utilisée pour la vaporisation de l'eau d'une chaudière auxiliaire à la température  $\theta_3 = 260^\circ\text{C}$  qui sert de source chaude à un moteur ditherme réversible dont la source froide est cette fois-ci l'air extérieur. Le moteur reçoit une chaleur égale à  $Q$ . Le travail fourni par ce moteur est utilisé pour faire fonctionner la pompe à chaleur.

Déterminer le rapport  $Q_{\text{local}}/Q$  où  $Q_{\text{local}}$  est la chaleur reçue par le local.

4) Lequel des deux dispositifs est thermodynamiquement le plus avantageux ?

### Exercice 4 : Moteur Diesel.

On considère le moteur Diesel suivant : une même quantité d'un gaz parfait décrit de manière réversible un cycle ABCDA :

- Les transformations AB et CD sont adiabatiques.
- La transformation BC est une isobare au cours de laquelle le gaz reçoit une quantité de chaleur  $Q_c$  en provenance d'une source chaude.
- La transformation DA est une isochore au contact de l'atmosphère jouant le rôle de source froide.

On donne : rapport de capacités thermiques  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$  ; et  $R = 8,314 \text{ J/K.mole}$

Le tableau ci-dessous résume les données concernant les différents états du gaz.

	A	B	C	D
Pen atmosphères	1,00			
T en K	323	954		
V en litres	2,40		0,24	2,40

- 1) Recopier le tableau ci-dessus et le compléter, en déterminant les volumes, températures et pressions des états B, C et D.
- 2) Tracer l'allure du cycle décrit par le gaz dans le diagramme de Clapeyron en précisant son sens.
- 3) Calculer le nombre  $n$  de moles du gaz qui subit ces quatre transformations.
- 4) Calculer les capacités thermiques à volume constant et à pression constante.
- 5) Calculer les travaux et les quantités de chaleurs échangées par le gaz au cours de chacune des transformations AB, BC, CD et DA.
- 6) Définir le rendement thermodynamique  $\eta$  du moteur Diesel étudié et le calculer numériquement.
- 7) Donner l'expression du rendement d'un moteur de Carnot fonctionnant entre deux sources de températures égales  $T_A$  et  $T_C$  et le calculer numériquement.
- 8) Comparer les deux rendements. Quelles conclusions pouvez-vous tirer ?

## Potentils thermodynamiques.

### Exercice 5 :

On sait que l'équilibre thermique et mécanique entre deux systèmes  $\Sigma 1$  et  $\Sigma 2$  implique l'égalité de leurs pressions et de leurs températures. Retrouver ces conditions en appliquant le principe d'énergie interne minimale à volume et entropie constants.

### Exercice 6

Considérons l'unité de masse d'un fluide, dont l'état dépend de deux variables indépendantes, subissant une transformation infinitésimale réversible. A partir des fonctions caractéristiques :

1) Montrer que :  $c_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p = T \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p$  et que :  $h = -V + \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = T \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T$

2) Montrer que :  $H = -T^2 \left[ \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{G}{T} \right) \right]_p$

H étant l'enthalpie et G l'enthalpie libre.

### Exercice 7

L'énergie libre pour un gaz parfait monoatomique est donnée par l'expression suivante :

$$F(V, T) = \frac{3}{2} nR [(T - T_0) - T \ln \frac{T}{T_0} - \frac{2}{3} T \ln \frac{V}{V_0}] + U_0 - TS_0$$

Retrouver, à partir de  $F(V, T)$  l'équation d'état du gaz parfait ainsi que l'expression des fonctions  $S(T, V)$  et  $U(T)$ .